

Uitwerkingen hoofdstuk 7

7.3

1. a. $3x - 6 \leq x + 4$ $\{x \text{ naar links, } -6 \text{ naar rechts}\}$
 $\Leftrightarrow 2x \leq 10$ $\{\text{deel door } 2\}$
 $\Leftrightarrow x \leq 5$
- b. $x - 6 \geq 3x + 4$ $\{3x \text{ naar links, } -6 \text{ naar rechts}\}$
 $\Leftrightarrow -2x \geq 10$ $\{\text{deel door } -2, \text{ teken klapt om}\}$
 $\Leftrightarrow x \leq -5$
- c. $2(1 - 2x) > 3(x - 4)$ $\{\text{haakjes uitwerken}\}$
 $\Leftrightarrow 2 - 4x > 3x - 12$ $\{3x \text{ naar links, } 2 \text{ naar rechts}\}$
 $\Leftrightarrow -7x > -14$ $\{\text{deel door } -7, \text{ teken klapt om}\}$
 $\Leftrightarrow x < 2$
- d. $1 + x\sqrt{2} < 5 - x\sqrt{2}$ $\{-x\sqrt{2} \text{ naar links, } 1 \text{ naar rechts}\}$
 $\Leftrightarrow 2x\sqrt{2} < 4$ $\{\text{deel door } 2\sqrt{2}\}$
 $\Leftrightarrow x < \frac{4}{2\sqrt{2}}$ $\{\text{vereenvoudig: teller en noemer maal } \sqrt{2}\}$
 $\Leftrightarrow x < \sqrt{2}$
- e. $3(x - 1) < 3x - 1$ $\{\text{haakjes uitwerken}\}$
 $\Leftrightarrow 3x - 3 < 3x - 1$ $\{3x \text{ naar links, } -3 \text{ naar rechts}\}$
 $\Leftrightarrow 0 < 2$ $\{\text{dit geldt voor elke waarde van } x\}$
 $\Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$ (elke x voldoet)
- f. $\frac{2}{3}x > \frac{1}{2}x + 4$ $\{\text{maal } 6\}$
 $\Leftrightarrow 4x > 3x + 24$ $\{3x \text{ naar links}\}$
 $\Leftrightarrow x > 24$

$$\begin{aligned}
2. \text{ a.} \quad & 0,1x + 1 > x + 0,1 && \{\text{maal } 10\} \\
& \Leftrightarrow x + 10 > 10x + 1 && \{10x \text{ naar links, } 10 \text{ naar rechts}\} \\
& \Leftrightarrow -9x > -9 && \{\text{deel door } -9, \text{ teken klapt om}\} \\
& \Leftrightarrow x < 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b.} \quad & 4(2 - x) < 3(x - 2) && \{\text{haakjes uitwerken}\} \\
& \Leftrightarrow 8 - 4x < 3x - 6 && \{3x \text{ naar links, } 8 \text{ naar rechts}\} \\
& \Leftrightarrow -7x < -14 && \{\text{deel door } -7, \text{ teken klapt om}\} \\
& \Leftrightarrow x > 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c.} \quad & 6(2x - 1) > 12x + 3 && \{\text{haakjes uitwerken}\} \\
& \Leftrightarrow 12x - 6 > 12x + 3 && \{12x \text{ naar links, } -6 \text{ naar rechts}\} \\
& \Leftrightarrow 0 > 9 && \{\text{onjuist voor elke waarde van } x\} \\
& \Leftrightarrow \text{geen enkele } x \text{ voldoet}
\end{aligned}$$

Je kunt dit aangeven met $x \in \emptyset$, waarbij \emptyset voor de lege verzameling staat. De verzameling van alle x die aan deze ongelijkheid voldoen is \emptyset .

$$\begin{aligned}
\text{d.} \quad & 2x + 1 \leq x\sqrt{3} && \{x\sqrt{3} \text{ naar links, } 1 \text{ naar rechts}\} \\
& \Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})x \leq -1 && \{\text{deel door } 2 - \sqrt{3} \text{ (dit is positief!)}\} \\
& \Leftrightarrow x \leq \frac{-1}{2 - \sqrt{3}} && \{\text{verdrijf de wortel uit de noemer}\} \\
& \Leftrightarrow x \leq \frac{-(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{-(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} = -2 - \sqrt{3} \\
& \Leftrightarrow x \leq -2 - \sqrt{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{e.} \quad & -3 \leq 3x + 1 \leq 6 && \{\text{verminder met } 1\} \\
& \Leftrightarrow -4 \leq 3x \leq 5 && \{\text{deel door } 3\} \\
& \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{f.} \quad & 0 \leq 1 + 3x < 3 && \{\text{verminder met } 1\} \\
& \Leftrightarrow -1 \leq 3x < 2 && \{\text{deel door } 3\} \\
& \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3. \text{ a.} \quad & 0 \leq 1 - 3x < 3 && \{\text{verminder met } 1\} \\
& \Leftrightarrow -1 \leq -3x < 2 && \{\text{deel door } -3, \text{ tekens klappen om}\} \\
& \Leftrightarrow \frac{1}{3} \geq x > -\frac{2}{3} && \{\text{herschrijf}\} \\
& \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < x \leq \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b.} \quad & 1 \leq \frac{x-2}{3} \leq 2 && \{\text{maal } 3\} \\
& \Leftrightarrow 3 \leq x - 2 \leq 6 && \{\text{vermeerder met } 2\} \\
& \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c.} \quad & 3x + 1 < x < 2x + 1 && \{\text{herschrijf}\} \\
& \Leftrightarrow 3x + 1 < x \wedge x < 2x + 1 \\
& \Leftrightarrow 2x < -1 \wedge -x < 1 \\
& \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2} \wedge x > -1 \\
& \Leftrightarrow -1 < x < -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{d.} \quad & 2x \leq 6 - x \leq 5x && \{\text{herschrijf}\} \\
& \Leftrightarrow 2x \leq 6 - x \wedge 6 - x \leq 5x \\
& \Leftrightarrow 3x \leq 6 \wedge -6x \leq -6 \\
& \Leftrightarrow x \leq 2 \wedge x \geq 1 \\
& \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{e.} \quad & 2x \leq 6 - x \leq 7 - 2x && \{\text{herschrijf}\} \\
& \Leftrightarrow 2x \leq 6 - x \wedge 6 - x \leq 7 - 2x \\
& \Leftrightarrow 3x \leq 6 \wedge x \leq 1 \\
& \Leftrightarrow x \leq 2 \wedge x \leq 1 \\
& \Leftrightarrow x \leq 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f.} \quad & 2x - 7 < x - 6 < 2x - 10 && \{\text{herschrijf}\} \\
 \Leftrightarrow & 2x - 7 < x - 6 \wedge x - 6 < 2x - 10 \\
 \Leftrightarrow & x < 1 \quad \wedge \quad -x < -4 \\
 \Leftrightarrow & x < 1 \wedge x > 4 \\
 \Leftrightarrow & x \in \emptyset
 \end{aligned}$$

Geen enkele x voldoet aan deze ongelijkheid.

$$\begin{aligned}
 \text{4. a.} \quad & 0 \leq x < 4 && \{\text{maal 2}\} \\
 \Leftrightarrow & 0 \leq 2x < 8 && \{\text{plus 5}\} \\
 \Leftrightarrow & 5 \leq 2x + 5 < 13
 \end{aligned}$$

$$\text{Conclusie: } 0 \leq x < 4 \Leftrightarrow 5 \leq 2x + 5 < 13$$

$$\begin{aligned}
 \text{b.} \quad & 0 \leq x < 4 && \{\text{deel door 4}\} \\
 \Leftrightarrow & 0 \leq \frac{1}{4}x < 1 && \{\text{min 1}\} \\
 \Leftrightarrow & -1 \leq \frac{1}{4}x - 1 < 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Conclusie: } 0 \leq x < 4 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{1}{4}x - 1 < 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{c.} \quad & 0 \leq x < 4 && \{\text{maal } -2, \text{ tekens klappen om}\} \\
 \Leftrightarrow & 0 \geq -2x > -8 && \{\text{herschrijf}\} \\
 \Leftrightarrow & -8 < -2x \leq 0 && \{\text{plus 3}\} \\
 \Leftrightarrow & -5 < 3 - 2x \leq 3
 \end{aligned}$$

$$\text{Conclusie: } 0 \leq x < 4 \Leftrightarrow -5 < 3 - 2x \leq 3$$

$$\begin{aligned}
 \text{d.} \quad & 0 \leq x < 4 && \{\text{maal } -1, \text{ tekens klappen om}\} \\
 \Leftrightarrow & 0 \geq -x > -4 && \{\text{herschrijf}\} \\
 \Leftrightarrow & -4 < -x \leq 0 && \{\text{plus 4}\} \\
 \Leftrightarrow & 0 < 4 - x \leq 4 && \{\text{deel door 3}\} \\
 \Leftrightarrow & 0 < \frac{4-x}{3} \leq \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{Conclusie: } 0 \leq x < 4 \Leftrightarrow 0 < \frac{4-x}{3} \leq \frac{4}{3}$$